

2018-2019 学年第二学期大学物理实验教研活动纪要

参加人员：陈莹，陈瑜，丛杨，郭莉杰，何光宏，李巧梅，刘安平，刘高斌，刘辉，刘婷，潘量，蒲贤洁，邱丽，谭红兵，汪涛，吴世春，吴晓波，向黎，徐巧英，徐玮婧，杨东侠，杨骏骏，余沛，张选梅，赵艳，郑雪丽。

主要内容：不确定度教学

地点：DS1321

时间：2019年3月21日

一、何光宏：不确定度的教学

3月21日下午4:00，大学物理实验教学示范中心在DS1321开展教研活动，中心此次教研活动主要讨论了数值修约规则以及不确定度的计算。

何光宏老师首先介绍了目前教学中的数值修约规则，随后逐一介绍了在国标中的数值修约规则与极限数值的表示和判定。然后，分别对比讲解了国标、中科大、清华大学朱鹤年教授等采用的不确定评定方法。

经过老师们的激烈讨论，最终确定：

- 1) 从下学期的教学开始，采用国标讲授“四舍六入五凑偶”的数值修约规则（详细内容见附表）。
- 2) 我们的教材按照95%包含概率来计算扩展不确定度的方法是合理的，在以后的教学中继续沿用我们教材中的方法。

附1：国家标准 GB/T 8170-2008---数值修约规则与极限数值的表示和判定

3.2 进舍规则

3.2.1 拟舍弃数字的最左一位数字小于5，则舍去，保留其余各位数字不变。

例:将12.1498修约到个位数，得12;将12.1498修约到一位小数，得12.1。

3.2.2 拟舍弃数字的最左一位数字大于5，则进一，即保留数字的末位数字加1。

例:将1268修约到“百”数位，得 13×10^2 (特定场合可写为1300)。

注:本标准示例中，“特定场合”系指修约间隔明确时。

3.2.3 拟舍弃数字的最左一位数字是5，且其后有非0数字时进一，即保留数字的末位数字加1。

例:将10.5002修约到个位数，得11。

3.2.4 拟舍弃数字的最左一位数字为5，且其后无数字或皆为0时，若所保留的末位数字为奇数(1,3,5,7,9)则进一，即保留数字的末位数字加1;若所保留的末位数字为偶数(0,2,4,6,8)，则舍去。

例1:修约间隔为0.1(或 10^{-1})

拟修约数值	修约值
1.050	10×10^{-1} (特定场合可写成为1.0)
0.35	4×10^{-1} (特定场合可写成为0.4)

例2:修约间隔为1000(或 10^3)

拟修约数值	修约值
2500	2×10^3 (特定场合可写成为2000)
3500	4×10^3 (特定场合可写成为4000)

附2：测量不确定度处理的对比分析

1、国家标准 GB/T 27418-2017

1.1 A类评定

$$\text{观测值的标准差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\text{平均值的标准差 (A类标准不确定度) } u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

1.2 B类评定

- 对于不由重复观测得到的数据x，使用B类评定。
- B类标准不确定度

$$u_B = \frac{\Delta}{C}$$

$$C = \begin{cases} \sqrt{3} & \text{均匀分布} \\ 3 & \text{正态分布} \end{cases}$$

1.3 合成标准不确定度u

$$\text{输入量互不相关时, } u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u_{xi} \right)^2}$$

1.4 扩展不确定度

将合成标准不确定度乘以一个与一定包含概率相联系的包含因子(大于1)，得到增大包含概率的不确定度，称为扩展不确定度，即

$$U_p = K_p u_c$$

包含区间和包含概率

$$K_p = \begin{cases} 2 & P = 0.95 \\ 3 & P = 0.99 \end{cases}$$

2、中科大的处理（大学物理实验 第一册，吴泳华、霍剑青等，高等教育出版社，2001年）

$$\text{测量列的标准差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\text{算术平均值的标准差 } u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

说明：当测量列的测量次数较少时，概率密度曲线将服从t分布（概率密度曲线变得平坦）。当测量次数趋于无限多时，t分布过渡到正态分布。因此对有限次测量结果，要保持同样的概率，必须要扩大置信区间，即 u_A 乘以一个大于1的因子t。

2.1 A类标准不确定度:

t分布情况下, A类不确定度表示为: $\Delta A = t_p u_A$

式中, $t_p = t_{0.68}$ 对应的就是A类标准不确定度, 即 $\Delta A = t_{0.68} u_A$

2.2 B类标准不确定度: $u_B = \frac{\Delta}{C}$, 此处 Δ 可以是仪器误差、估读误差等。

$$C = \begin{cases} \sqrt{3} & \text{均匀分布} \\ 3 & \text{正态分布} \end{cases}$$

2.3 合成标准不确定度: $u_c = \sqrt{(\Delta A)^2 + (u_B)^2} = \sqrt{(t_{0.68} u_A)^2 + (u_B)^2}$ P=0.68

2.4 扩展不确定度:

$$U_p = K_p u_c, \quad K_p = \begin{cases} 2 & P = 0.95 \\ 3 & P = 0.99 \end{cases}$$

所以

$$U_{0.95} = \sqrt{(2t_{0.68} u_A)^2 + (2u_B)^2} = \sqrt{(2 \frac{t_{0.68}}{\sqrt{n}} \sigma)^2 + (\frac{2}{3} \Delta)^2} \quad (\text{正态分布})$$

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
$t_{0.68}$	1.32	1.2	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03
$2 * t_{0.68} / \sqrt{n}$	1.52	1.2	1.02	0.91	0.82	0.76	0.71	0.67	0.54	0.46
$t_{0.95} / \sqrt{n}$	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72	0.56	0.47
近似值								近似为1		

考虑到一般测量次数 $5 \leq n \leq 9$, 上式近似为

$$U_{0.95} = \sqrt{(\sigma)^2 + \frac{1}{2}(\Delta_{\text{仪}})^2 + \frac{1}{2}(\Delta_{\text{估}})^2}$$

若把仪器误差和估读误差均视为均匀分布, 则

$$U_{0.95} = \sqrt{(\sigma)^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2 + (\Delta_{\text{估}})^2}$$

3、朱鹤年的处理 (物理测量的数据处理与实验设计, 高等教育出版社, 2003年)

$$\text{测量列的标准差 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\text{算术平均值的标准差 } u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

3.1 A类扩展不确定度

$$\Delta A = t_{0.95} u_A = \frac{t_{0.95}}{\sqrt{n}} \sigma \approx \sigma \quad (P=95\%, \text{测量次数 } n \text{ 满足 } 5 \leq n \leq 10 \text{ 时})$$

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
$t_{0.95}$	4.3	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	2.15	2.09
$t_{0.95} / \sqrt{n}$	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72	0.56	0.47
近似值	2.5	1.6	近似为1					近似为 $2/\sqrt{n}$		

3.2 B类扩展不确定度

$\Delta B = \Delta$ (仪器误差或估读误差, P=95%), 均匀分布

$$3.3 \text{ 扩展不确定度 } U_{0.95} = \sqrt{(\sigma)^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2 + (\Delta_{\text{估}})^2}$$

4、本实验中心的处理 (扩展不确定度)

4.1 A类扩展不确定度 取 P=0.95 $\Delta A = t_{0.95} u_A$ (直接使用 t 分布求扩展不确定度)

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
$t_{0.68}$	1.32	1.2	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03
$t_{0.95}$	4.3	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	2.15	2.09
$2 * t_{0.68}$	2.64	2.4	2.28	2.22	2.18	2.16	2.14	2.12	2.08	2.06

4.2 B类扩展不确定度 P=0.95

视仪器误差和估读误差均服从均匀分布, 则 $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.15 \approx 1$ 所以 $\Delta B = \frac{2}{\sqrt{3}} \Delta \approx \Delta$

4.3 扩展不确定度

$$U = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2 + (\Delta_{\text{估}})^2} = \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2 + (\Delta_{\text{估}})^2}$$

记录人: 杨骏骏

2019年3月21日